

文章编号: 1005-0329(2014)10-0037-04

# 离心风机转子临界转速计算方法的对比分析

黄文俊<sup>1</sup>,朱晓农<sup>1</sup>,于洋<sup>2</sup>,饶杰<sup>1</sup>,陈升<sup>1</sup>,常超<sup>1</sup>

(1. 合肥通用机械研究院 压缩机技术国家重点实验室 合肥压缩机技术省级实验室,安徽合肥 230031;

2. 中国石油辽阳石化分公司机动设备处,辽宁辽阳 111003)

**摘要:** 风机转子临界转速分析计算是风机结构设计中最关键的一个环节,对风机转子的安全运行和全寿命管理具有重要的意义。本文分别采取工程计算法、传递矩阵法和有限元法来计算转子的临界转速,并对上述计算方法进行了相应的对比和对其适应性作出了总结,在实际工程中具有很高的实用价值。

**关键词:** 离心风机;临界转速;传递矩阵法;有限元法;

**中图分类号:** TH133;TH442

**文献标志码:** A

**doi:**10.3969/j.issn.1005-0329.2014.10.008

## Comparative Analysis of Calculation Method for Critical Rotating Speed of Centrifugal Fan Rotor

HUANG Wen-jun<sup>1</sup>, ZHU Xiao-nong<sup>1</sup>, YU Yang<sup>2</sup>, RAO Jie<sup>1</sup>, CHEN Sheng<sup>1</sup>, CHANG Chao<sup>1</sup>

(1. State Key Laboratory of Compressor Technology, Anhui Province Key Laboratory of Compressor Technology,

Hefei General Machinery Research Institute, Hefei 230031, China; 2. Petro China Liaoyang Petrochemical

Company Equipment Department, Liaoyang 111003, China)

**Abstract:** The analysis and calculation for critical speed of centrifugal fan rotor is the most crucial process for the structural design of centrifugal fan and plays a very important meaning in safe operation and full-life management of centrifugal fan rotor. This paper takes engineering calculations method and transfer matrix method and finite element method to calculate the critical speed of rotor, and makes comparison among those methods. It is greatly practical in actual engineering.

**Key words:** centrifugal fan; critical speed; transfer matrix method; finite element method

## 1 前言

临界转速与系统的质量和刚度有关,而与系统受到的外界激励等条件无关的系统本身固有的特性。当外界激振频率与系统的固有频率相同或接近时会发生共振。对于机械振动问题,关心振动会不会使结构的位移、速度、加速度等物理量过大,因为位移过大可能引起结构各个部件之间的相互干涉,振动过大也会造成结构的应力过大,使结构过早损坏。

在风机设计过程中,要保证风机的平稳运行,设计转动频率与转子横向振动的固有频率及其倍数不能相等或接近。当风机转子系统的工作转速接近转子系统的横向振动频率时,转子会产生强

烈的振动和噪声,进而引起风机转子失稳,严重时甚至会造成转子和轴承系统损毁。因此,对转子系统固有频率进行计算,求出其对应的临界转速,保证风机工作转速处于安全状态,主动的防止共振具有深远的理论意义和显著的工程实用价值。

本文采用《风机手册》简化公式(工程计算法)、传递矩阵法和有限元法对不同型式风机转子的临界转速进行了计算,对比分析各种方法的优缺点,探索各自的适用场合,为工程应用提供参考<sup>[1-8]</sup>。

## 2 临界转速计算方法

### 2.1 转子物理模型

悬臂转子和双支承转子其物理模型如图1和

收稿日期: 2014-04-21 修稿日期:2014-08-01

基金项目: 合肥通用机械研究院青年基金资助项目(2012011088)

图2所示。图1中左端小轮表示皮带轮或联轴器,右端大轮表示悬臂叶轮;图2中间大轮表示叶轮。

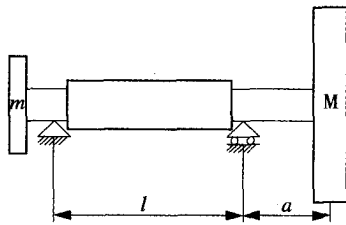


图1 悬臂转子物理模型

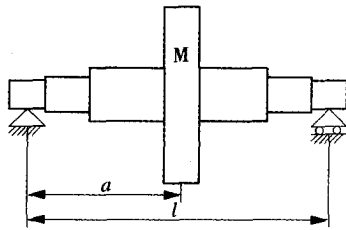


图2 双支承转子物理模型

2.2 简化公式法

根据转子物理模型和《风机手册》简化模型后,悬臂转子、双支承转子临界转速计算式分别为:

$$n_c = 299 \left[ \frac{3EJ_2}{Mga^3 \left( \frac{J_2}{J_1} + \frac{l}{a} \right)} \right]^{1/2} \quad (1)$$

$$n_c = 299 \left[ \frac{3EJ}{M'ga^2(l-a)^2} \right]^{1/2} \quad (2)$$

$$T_i = \begin{bmatrix} 1 + \frac{l^3}{6EJ}(1-\nu)(m\omega^2 - k) & l + \frac{l^2}{2EJ}(I_p - I_d)\omega^2 & \frac{l^2}{2EJ} & \frac{l^3}{6EJ}(1-\nu) \\ \frac{l^2}{2EJ}(m\omega^2 - k) & 1 + \frac{l}{EJ}(I_p - I_d)\omega^2 & \frac{l}{EJ} & \frac{l^2}{2EJ} \\ l(m\omega^2 - k) & (I_p - I_d)\omega^2 & 1 & l \\ (m\omega^2 - k) & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中  $l$ ——轴段长度

$E$ ——材料弹性模量

$J$ ——轴段的截面矩

$\nu$ ——考虑剪切影响的系数,

$$\nu = 6EJ / (k_i G l^2)$$

$k$ ——支承刚度

$I_d$ ——圆盘的直径转动惯量

$I_p$ ——圆盘的极转动惯量

$G$ ——材料剪切模量

$A$ ——截面积

$k_i$ ——截面系数

可以看出,传递矩阵的诸元素都是转子构件的物理参数和涡动频率的函数。如果构件处没有支承,或不计轴段的剪切影响,或不计圆盘的回转

式中  $n_c$ ——临界转速, r/min

$E$ ——主轴材料的弹性模量, N/cm<sup>2</sup>

$M$ ——叶轮质量, kg

$J_1$ ——悬臂端轴的截面矩, cm<sup>4</sup>,

$$J_1 = \pi d_1^4 / 64$$

$J_2$ ——两支承间轴的截面矩, cm<sup>4</sup>,

$$J_2 = \pi d_2^4 / 64$$

$a$ ——支点到叶轮重心处距离, cm

$l$ ——两支点间的跨距, cm

$J$ ——计算直径的截面矩, cm<sup>4</sup>,

$$J = \pi d^4 / 64$$

$M'$ ——叶轮和轴的总质量, kg

2.3 传递矩阵法

对于转子的第  $i$  个截面,其状态矢量为  $Z_i$ ,它由截面的径向位移  $x_i$ 、挠角  $\alpha_i$ 、弯矩  $M_i$  和剪力  $Q_i$  的幅值所组成,记作:

$$Z_i = [X, A, M, Q]_i^T \quad (3)$$

它与截面  $i + 1$  的状态矢量  $Z_{i+1}$  之间存在一定的关系:

$$Z_{i+1} = T_i Z_i \quad (4)$$

式中  $T_i$ ——两截面间的传递矩阵

将圆盘和轴段组合成一个构件,经推导可得其传递矩阵为:

效应和摆动惯性,只需令式(5)中的  $k$ , 或  $\nu$ , 或  $I_d$  和  $I_p$  分别为零即可。

根据传递矩阵,则有:

$$Z_{N+1} = T_i T_{i-1} \cdots T_1 Z_1$$

$$= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}_N \begin{Bmatrix} X_1 \\ A_1 \\ M_1 \\ Q_1 \end{Bmatrix} \quad (6)$$

根据满足最左端边界条件及最右端边界条件  $M_1 = 0, Q_1 = 0, M_{N+1} = 0, Q_{N+1} = 0$ , 则需满足:

$$\begin{vmatrix} a_{31} & a_{32} \\ a_{41} & a_{42} \end{vmatrix}_N = 0 \quad (7)$$

通过 Matlab 编程迭代计算,对  $\omega$  先赋予初

值,按一定步长增加进行试算,满足式(7)即为转子的临界转速。

#### 2.4 有限元法

有限元法是将连续的转子系统离散为有限个单元,单元间以节点相连,表示为矩阵形式的已知弹性和惯性的离散单元组成转子-支承系统的计算模型。

其运动方程:

$$[M]\{\ddot{U}\} + [C]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = 0 \quad (8)$$

式中  $[M]$ 、 $[C]$ 、 $[K]$  ——系统质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵

通过求解矩阵方程的齐次解,可得到自转角速度为  $\omega$  的涡动频率及其振型。

### 3 悬臂转子的临界转速算例分析

采用有限元法计算时,首先建立转子的三维模型,本节对3个工程实例进行计算,例2三维模型在有限元软件中划分网格,其网格模型如图3所示,共33868个四面体单元,共计64017个节点。

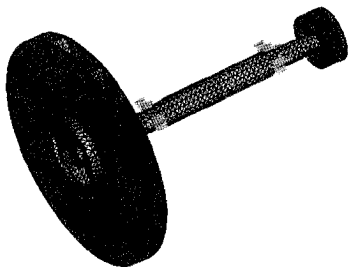


图3 例2悬臂转子网格模型

3个实例转子工作转速均为2980r/min,例1和例2的主轴轴段相对简单(如图3所示),例3主轴轴段相对复杂,其模型见图4所示,其中数字编号为传递矩阵计算模型的截面编号。

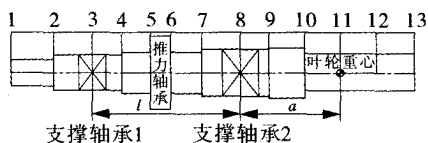


图4 例3转子计算模型

3种计算方法中简化公式、有限元法轴承部位的支承方式为刚性支承,传递矩阵程序可考虑弹性支承情况,即可给定支承刚度值  $k$ ,为便于结果比较,在传递矩阵计算时也设置为刚性支承,令  $k$  值趋于无穷大即可。采用不同的计算方法其计算结果见表1所示。

表1 不同方法临界转速计算结果

实例		轴段直径(mm)		临界转速(r/min)		
		支承间	悬臂段	简化公式	传递矩阵	有限元法
悬臂转子	例1	80	55	4940	5385	4652
	例2	95	70	5547	5918	4816
	例3	见图4		3406	4276	4605

由表1可知,例1和例2有限元法计算结果最小,因为简化公式计算时未考虑轴的质量,传递矩阵法是将计算轴段的质量集中到左右两侧计算截面上,上述2个实例计算时均将另一悬臂端的皮带轮或联轴器质量忽略,轴的质量及带轮或联轴器的质量对转子系统的临界转速是有影响的;有限元法计算时将轴的质量以及带轮或联轴器质量考虑在内,因此计算结果较前两种方法小。

例3中有限元法计算结果最大,其原因前两种计算方法未考虑推力轴承的影响,即主轴上推力盘的边界约束条件和外界载荷条件,根据实际转子推力轴承的轴向定位以及承受轴向推力,有限元计算时,在推力盘一侧端面上施加轴向位移约束和轴向力,此条件施加后使转子系统刚性增加,因此计算结果较前两种方法大,也更接近工程实际,由转子工作转速2980r/min可知,传递矩阵法和有限元法均满足刚性转子临界转速设计要求,简化公式法计算结果不满足刚性转子工作转速与临界转速避开率的设计要求,这样的转子在运行时振动较大,然而该实例转子实际运行振动情况良好,由此可知,简化公式计算结果偏小较多,若按满足简化公式设计,需将主轴部分轴段直径加大,这样会直接增加主轴材料成本和加工成本,间接带来的是轴承线速度增大,油耗增加,简言之会使成本增加,尤其是对大型风机,成本变化显著。

简化公式与传递矩阵法相比3个实例计算结果均偏小,这是因为简化公式中悬臂段轴径  $d_1$  是安装叶轮处轴径,传递矩阵计算模型悬臂端是以  $d_1$  为最小的阶梯轴段,因此简化公式计算结果偏小,可理解为计算结果较保守,这与工程上使用简化公式的原则相一致,即简化公式法得到更高的安全系数。

### 4 双支承的临界转速算例分析

双支承转子的风机要么外形较大,要么为多

级,图5和6分别为例4和例6转子三维模型。由图2和式(2)可知,简化计算是针对单级叶轮双支承转子,对多级叶轮该简化公式不适用。因简化公式只能按刚性支承计算,因此,在传递矩阵和有限元法计算时均按刚性支承,有限元法计算时在轴承位施加圆柱面位移和推力盘轴向位移约束。

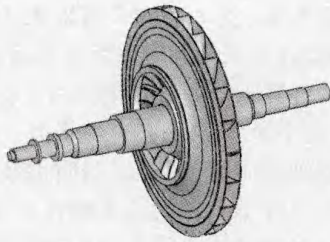


图5 例4转子三维模型

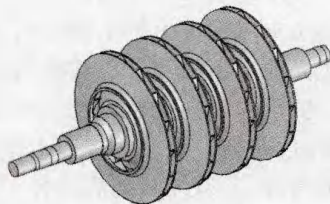


图6 例6转子三维模型

3个实例不同方法计算结果见表2,针对单级叶轮转子系统的实例4,3种方法计算结果比较接近,最大偏差不超过4.0%。实例5和6传递矩阵法和有限元法计算结果偏差均超过10%,计算结果偏差较大,其原因可能是传递矩阵法计算时支承处以及叶轮处均为一个截面,未考虑实际的宽度,即对刚度和质量的分布考虑不够细化,在有限元法计算时,轴承支承处和叶轮处均是按实际宽度考虑的。笔者下一步将进行支承处宽度以及叶轮处宽度对临界转速影响的研究工作,有条件时进行试验验证。

表2 不同方法临界转速计算结果

实例	级数	临界转速( $r/min$ )			最大偏差	
		简化公式	传递矩阵	有限元法		
双支承转子	例4	1	5510	5668	5458	3.7%
	例5	2	-	6492	5830	10.2%
	例6	4	-	6440	5710	11.3%

## 5 结论

(1)有限元法计算模型根据实际转子三维造型,轴承支承宽度及叶轮安装宽度与实际转子一致,不做任何简化,与实际转子状况最接近,并可考虑推力轴承的约束及轴向推力的影响;

(2)简化公式计算悬臂转子时,忽略轴的质量及另一端带轮或联轴器的质量,这是其计算结果较有限元法大的主要原因;其结果较传递矩阵法小主要原因是悬臂端轴径的影响,计算结果偏保守,这与工程上使用简化公式的原则相一致,得到更高的安全系数;

(3)传递矩阵法与有限元法计算结果偏差的主要原因可能是对支承处和叶轮安装处的宽度考虑不一致,有待下一步研究工作探讨;

(4)简化公式只能计算转子一阶横向振动的临界转速;自编的传递矩阵法可计算转子多阶横向振动的临界转速及显示振型;有限元法可计算转子多阶横向与扭转振动临界转速及振型,但其计算耗时时间长,占用内存多;可根据转子实际情况选择合适的计算方法。

## 参考文献

- [1] 续魁昌. 风机手册[M]. 北京:机械工业出版社, 1995.
- [2] 于跃平,牟连辉,王志伟,等. H81-1离心压缩机第三级转子临界转速计算与分析[J]. 流体机械, 2003, 31(8):7-9,28.
- [3] 陈双涛,侯予,陈汝刚,等. 高速透平膨胀机临界转速的计算与分析[J]. 西安交通大学学报, 2010, 44(9):33-37
- [4] 闻邦椿,顾家柳,夏松波,等. 高等转子动力学[M]. 北京:机械工业出版社, 2000.
- [5] 张尚林,郭素娟,朱明亮,等. 25Cr2Ni2MoV钢焊接接头循环变形行为的有限元模拟与分析[J]. 压力容器, 2014, 31(5):13-22.
- [6] 毛义军,汤宏涛. 双吸离心通风机流场数值研究[J]. 流体机械, 2013, 41(11):37-42.
- [7] 邓敬亮,楚武利. 离心风机叶轮叶片气动优化设计[J]. 流体机械, 2013, 41(7):23-27
- [8] 郑龙席,李晓丰,秦卫阳. 计算转子临界转速的两种方法对比分析[J]. 风机技术, 2009, (6):35-38.

作者简介: 黄文俊(1981-),男,工学硕士,工程师,主要从事风机强度、振动与噪声控制方面的工作,通讯地址:230031安徽合肥市长江西路888号合肥通用机械研究院流体机械研究所。